Ответы и решения задач «белого» уровня сложностиMathCat

Задача 1. (6 баллов) Вова готовится к марафону. В первый день он пробежал 8 км, а каждый последующий день – на 4 км больше, чем в предыдущий. Сколько километров он пробежит в восьмой день?

Ответ: 36

Решение: Длины пробежек Вовы образуют арифметическую прогрессию с a_1=8, d=4. Тогда a_8=a_1+(8-1)*d=8+7*4=36 км.

Задача 2. (7 баллов) В примере одинаковые буквы заменяют одинаковые цифры, а различным цифрам соответствуют разные буквы. Чему равно число abab, если a=2d? (См. рис. 1)

$$\begin{array}{r} & abab \\ + & baba \\ \hline & cdddc \end{array}$$

Рисунок 1

Ответ:4747

Решение: Если a+b≤9, то сумма будет четырёхзначной, значит, a+b>9. Тогда крайняя левая цифра равна 1 (c=1), потому что сумма двух чисел вкупе с переносом единицы из предыдущего разряда не может дать число, большее 19. Поскольку крайняя правая цифра суммы тоже c, то b+a=11. Тогда из второго столбца a+b=11, и единица перенеслась из разряда единиц, то есть вторая справа цифра суммы – 2, или d=2. Поэтому a=2d=4, b=11-4=7, и число abab равно 4747.

Задача 3. (9 баллов) Вася склеил гранями два игральных кубика. Когда он подсчитал сумму всех видимых цифр на получившейся фигуре, у него получилось 36. Какие цифры Вася склеил, если они чётные?

Ответ: 2, 4

Решение: Сумма очков на всех гранях одного кубика равна 21, а на двух – 42. Если сумма видимых цифр – 36, то сумма двух склеенных равна 42-36=6. Её дадут 1+5, 2+4, 3+3. Условию чётности удовлетворяют только 2 и 4, что и будет ответом.

Задача 4. (10 баллов) Часовая стрелка на циферблате передвинулась ровно на 23 минуты. Сколько времени прошло (в часах и минутах)? (См. рис. 2)

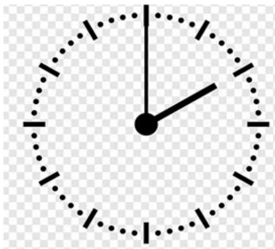

Рисунок 2

Ответ: 4 часа 36 минут

Решение: Часовая стрелка передвигается на 5 минут за час. Составим пропорцию: 5 минут – 1 час, 23 минуты – x часов. Тогда x= 23/5 часа или 4 часа 36 минут.

Задача 5. (10 баллов) На турнире по программированию каждая задача получает свой рейтинг в зависимости от того, сколько человек её решили. Максимальный рейтинг задачи – 100, если её не решил никто. Задачу с рейтингом 0 решили все, в остальных случаях рейтинг рассчитывается по формуле 100-100*a/n, где n – общее количество участников, a – количество участников, решивших эту задачу. Какое минимальное количество человек приняло участие в турнире, если у самой сложной задачи был рейтинг 93.75?

Ответ:16

Решение: Рейтинг задачи 100-100*a/n=93.75. Отсюда 100*a/n=6.25. 100*a=6.25*n. 16*a=n. A и n обозначают количество участников, поэтому являются целыми числами. Минимальное n достигается при a=1, n=16.

Задача 6. (10 баллов) Бабушка Иоанна разливала оливковое масло в бутылки с прямоугольным сечением. Она налила полную бутылку масла с донышком 7×8 (см^2), и столько же масла она налила в бутылку 8×9 (см^2). Найдите высоту масла во второй бутылке, если масло в первой бутылке налито на высоту 18 см.

Ответ: 14 см

Решение: Объём масла в первой бутылке равен 7×8×18=1008 (см^2), такой же объём масла будет во второй бутылке, откуда находим высоту: 1008/ (8×9) = 14 см.

Задача 7. (10 баллов) Антон и Андрей встретились в бассейне 1 октября в субботу. Антон ходит в бассейн через 2 дня (на третий), а Андрей – каждую субботу. В какой день Антон и Андрей встретились в бассейне в следующий раз? (указать число и месяц, например, «11 января»)

Ответ: 22 октября.

Решение: Если Антон ходит в бассейн каждый третий день, а Андрей – каждый седьмой, то они встретятся через 3*7=21 день, то есть 22 октября.

Задача 8. (12 баллов) У электронных часов перегорели некоторые сегменты у одной из позиций. Две разных цифры часы показывают так, как изображено на рисунке. Что это за цифры? (См. рис. 3)

Рисунок 3

Ответ: 5,2

Решение: Сегменты, которые горят на рисунках, работающие. То есть в первой из цифр не должны гореть правый верхний и левый нижний сегменты. Единственная цифра, у которой нет этих двух сегментов, но есть левый верхний и правый нижний, горящие на первой картинке, – 5, то есть не работают верхний, средний и нижний сегменты. Вторая цифра должна иметь правый верхний и левый нижний сегменты и не иметь левого верхнего и правого нижнего, что возможно только для 2.

Задача 9. (12 баллов) Мама давала детям яблоки в школу. Первый ребёнок получил 1 яблоко и ⅐ всех остальных яблок, второй – 2 яблока и ⅐ остатка, …шестой – 6 яблоки ⅐ остатка. Когда дети ушли в школу, мама поняла, что у неё не осталось яблок. Сколько яблок было изначально?

Ответ: 36

Решение: Шестой ребёнок получил 6 яблок и ⅐ оставшихся. То есть маме должно было достаться $6/7$ оставшихся яблок, что равно 0, тогда ⅐ яблок – тоже 0, и шестой ребёнок получил 6+0=6 яблок. Пятый ребёнок получил 5 и ⅐ оставшихся яблок, тогда у шестого - $6/7$ оставшихся яблок, что равно 6, то есть ⅐ оставшихся яблок на этом этапе – 1 яблоко, тогда пятый ребёнок получил 5+1=6 яблок. После ухода четвёртого ребёнка осталось 6+6=12 яблок. Четвёртому дали 4 яблока и ⅐ оставшихся. 12 яблок, оставшихся после его ухода, составляют $6/7$, тогда ⅐ – 2 яблока. Таким образом, четвёртый получил 4+2=6 яблок, третий – 3+3=6 яблок, второй 2+4=6 яблок, первый – 1+5=6 яблок. То есть всего у мамы было 36 яблок.

Задача 10. (14 баллов) В параллелограмме, площадь которого равна 56 см^2, на левой и правой сторонах отмечены точки, делящие эти стороны пополам. Эти точки соединены с противоположными вершинами параллелограмма. Чему равна площадь закрашенной фигуры? (См. рис. 4)

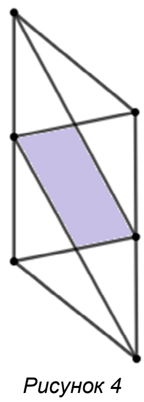

Рисунок 4

Ответ: 14 см2

Решение: Соединим середины противоположных сторон. Это разбивает параллелограмм на два равных (с площадями 28 см^2), и в каждом из них закрашен треугольник с вершиной в центре параллелограмма. Так как центр делит каждую диагональ параллелограмма пополам, то площадь каждой из двух закрашенных частей равна четверти площади параллелограмма, то есть 7 см^2. Итого в сумме – 14 см^2.